



Диффузия элементов в недрах Солнца

А.Б.Горшков (*gorshkov@sai.msu.ru*), В.А.Батурин (*vab@sai.msu.ru*)

Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга Московского Государственного Университета им. М.В.Ломоносова

Работа выполнена в рамках проекта № 3755 МНТЦ



Введение

Процесс диффузии обычно ассоциируется с постепенным выравниванием содержания компонентов смеси в некотором объеме. Однако, в условиях Солнца происходит обратное — наличие градиентов давления и температуры приводит к разделению элементов. В то время как водород «всплывает» к верхним слоям, гелий и более тяжелые элементы «оседают» по направлению к центру. Отметим, что скорость осаднения гелия из конвективной зоны — один из ключевых параметров солнечной эволюции — зависит от положения дна конвективной зоны и физических условий в его окрестности. Скорость осаднения элементов тяжелее гелия (т. н. тяжелых элементов) чувствительна к их степени ионизации и взаимодействию с потоком излучения. В данной работе мы оценили влияние этих эффектов для шести тяжелых элементов, включая железо, в рамках предположения об ЛТР и базировав на термодинамических расчетах с использованием уравнения состояния SAHA-S [1][6]. Кроме того, мы рассчитали скорости осаднения (всплывания) для водорода, гелия и тяжелых элементов и относительный вклад различных механизмов диффузии, а также решили уравнение диффузии на заданной эволюционной последовательности солнечных моделей, получив профили химического состава, для двух основных составов смеси: $(H^+ + He^{2+} + e^-)$ и $(H^+ + He^{2+} + Me^{Z+} + e^-)$, где под Me^{Z+} обозначен некоторый тяжелый элемент с зарядом Z .

Солнце — эволюционная последовательность моделей

Распределение термодинамических величин в модели Солнца задается эволюционным треком 610-0111 [4] в виде зависимостей $T(r, t)$, $P(r, t)$ и др. и не меняется в ходе расчета диффузии. Конвективную зону мы трактуем как область с практически мгновенной диффузией, подразумевая при этом, что конвекция быстро нивелирует любые неоднородности химического состава по всей конвективной зоне. Мы принимаем, что Солнце имеет сферическую симметрию, и пренебрегаем его вращением, магнитным полем и нерадиальными потоками вещества (кроме конвекции).

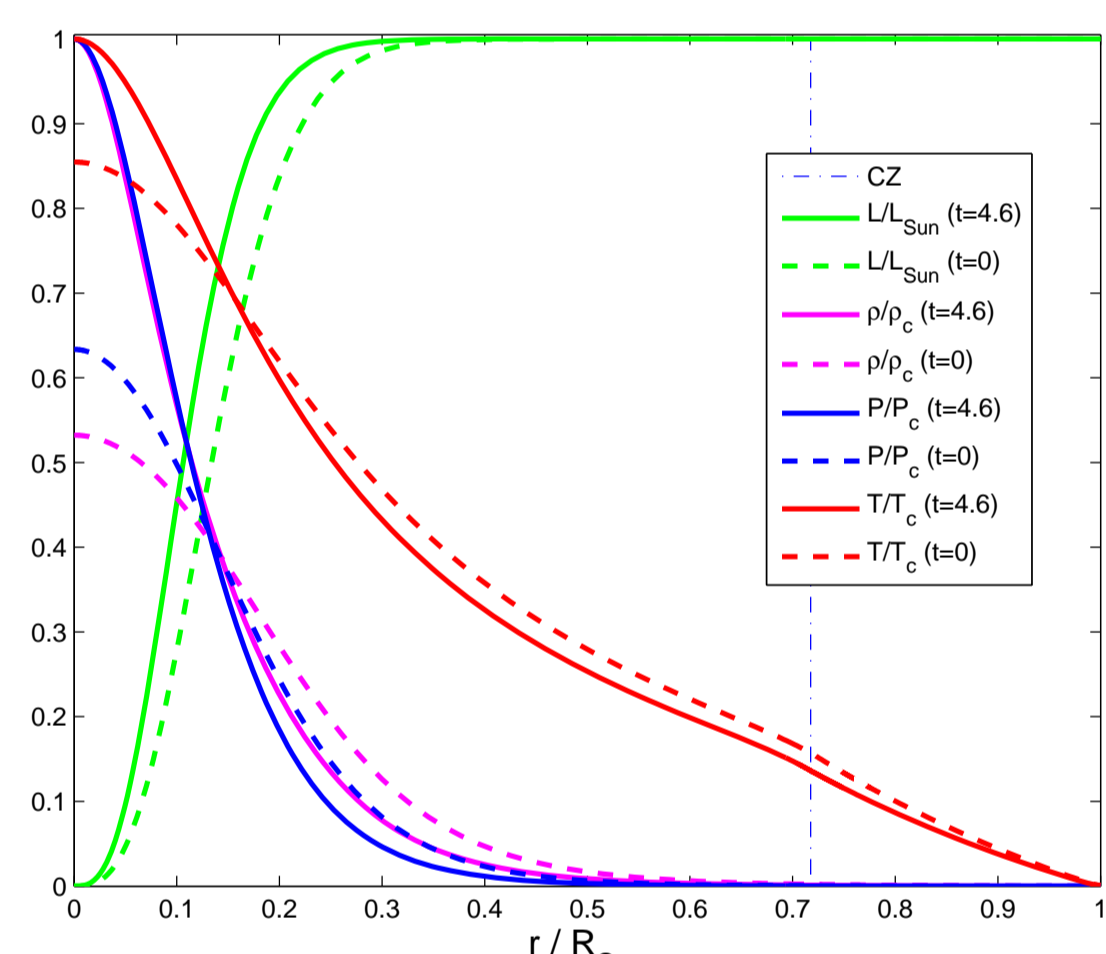


Рис. 1: Профили некоторых термодинамических величин (P — давление, T — кинетическая температура, ρ — плотность, L — энерговыделение внутри сферы данного радиуса) по отношению к их значениям в центре Солнца в настоящее время (возраст $t = 4.6$ Глет). Эволюция распределения физических величин внутри Солнца описывается переходом от пунктирной кривой соответствующего цвета ($t = 0$) к сплошной кривой ($t = 4.6$). $P_c = 2.36 \cdot 10^{17}$ бар, $T_c = 1.57 \cdot 10^7$ К, $\rho_c = 155$ г/см³. Синим штрих-пунктиром обозначено положение дна конвективной зоны (здесь и далее — CZ)

Система динамических уравнений для смеси ионизированных газов

Рассмотрим смесь ионизированных газов (включающую как ионы, так и электроны), находящуюся в поле силы тяжести. Уравнения Бюргера [5], выражающие сохранение массы, импульса и энергии в каждой точке такой смеси, в сферически-симметричном случае записываются в виде:

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_s w_s) = \left(\frac{\partial n_s}{\partial t} \right)_{nuc}. \quad (1)$$

$$\frac{dP_s}{dr} + \rho_s G - \rho_s E = \sum_{t \neq s} K_{st} [(w_t - w_s) + 0.6(x_{st} r_s - y_{st} r_t)] \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} n_s k_B \frac{dT}{dr} = \sum_{t \neq s} K_{st} \left\{ \frac{3}{2} x_{st} (w_s - w_t) - y_{st} [1.6 x_{st} (r_s + r_t) + Y_{st} r_s - 4.3 x_{st} r_t] \right\} - 0.8 K_{ss} r_s, \quad (3)$$

при этом коэффициенты в правых частях второго и третьего уравнений получены из расчетов интеграла столкновений с использованием кулоновского потенциала и дебаевского радиуса обрезания. Здесь $G = -\nabla P / \rho$ — ускорение свободного падения, E — напряженность электрического поля, r_s — остаточный тепловой поток, ассоциированный с s -молекулами, $\mu = m_s m_i / (m_s + m_i)$ — приведенная масса, $x_{st} = \mu_{st} / m_s$, $y_{st} = \mu_{st} / m_t$, $Y_{st} = 3y_{st} + 1.3x_{st} m_i / m_s$, а коэффициент трения K_{st} между компонентами смеси s и t задается выражением

$$K_{st} = \frac{2}{3} \mu_{st} \sqrt{2k_B T} / \mu_{st} n_s n_t \sigma_{st}, \quad (4)$$

где сечение столкновений σ_{st} равно

$$\sigma_{st} = 2\sqrt{\pi} e^4 Z_s^2 Z_t^2 (k_B T)^{-2} \ln \Lambda_{st}, \quad (5)$$

а кулоновский логарифм $\ln \Lambda_{st}$ вычисляется по формуле

$$\ln \Lambda_{st} = \frac{1.6249}{2} \ln \left[1 + 0.18769 \left(\frac{4k_B T \lambda}{Z_s Z_t e^2} \right)^{1.2} \right], \quad (6)$$

где $\lambda = \max(\lambda_D, a_0)$, $\lambda_D = (k_B T / 4\pi e^2 \sum_s n_s Z_s^2)^{1/2}$ — дебаевский радиус, $a_0 = (3/4\pi \sum_s n_s)^{1/3}$ — среднее расстояние между ионами в плазме.

Уравнения Бюргера дополняются законами сохранения заряда (электрическая нейтральность), тока (сумма токов в выбранном объеме равна нулю) и массы (центр масс выбранного объема в процессе диффузии не смещается). Записанная выше система соответствует методу 13 моментов, изложенному в монографии Жданова [3].

Заметим, что в системе отчета, связанной с центром масс выделенного объема вещества, первое из уравнений Бюргера представляет собой собственно уравнение диффузии, дополненное в правой части источниками членом, ответственным, в случае Солнца, за превращения элементов в термоядерных реакциях.

Удобный метод решения задачи, основанный на точном решении уравнений Бюргера для импульса и энергии, описан Тоул с соавторами в [9] (ниже будем обозначать его Th94). В число его преимуществ входит возможность естественным образом вводить в уравнения силу давления излучения, а также вычислять одновременно скорости диффузии для произвольного числа компонентов смеси.

Более популярной альтернативой Th94 является метод Мишо и Проффита [8] (далее обозначается как MP93). Он базируется на аппроксимационных формулах, выражающих зависимость скорости диффузионного потока от градиентов давления, температуры и концентрации, и позволяет обойтись без решения системы уравнений. Например, для водорода в смеси с гелием и электронами имеем:

$$w_H = - \frac{BT^{5/2}}{\rho \ln \Lambda(0.7 + 0.3X)} \left[\frac{3 + X}{(1 + X)(5X + 3)} \frac{\partial \ln X}{\partial r} + \left(\frac{5}{4} + \frac{9d \ln T}{8d \ln P} \right) (1 - X) \frac{\partial \ln P}{\partial r} \right] \quad (7)$$

$$B = \frac{15}{16} \sqrt{\frac{0.4 m_0 k^{5/2}}{\pi e^4}}. \quad (8)$$

Полученные тем или иным способом скорости диффузионных потоков подставляются в уравнение диффузии, которое затем интегрируется по времени (с учетом начального и граничных условий), приводя к решению — профилю содержания выбранного элемента. В физике Солнца традиционно содержание (по массе) водорода обозначается через X , гелия — через Y , остальных элементов — через Z .

Диффузионная эволюция профилей химического состава

Классическая эволюция Солнца — это ядерная эволюция химического состава, т. е. превращение водорода в гелий в центральных областях (зеленая кривая). В 90-х годах прошлого столетия теория эволюции была дополнена диффузионным осаднением гелия к ядру (красная кривая). Одновременно происходит обеднение гелием внешней конвективной зоны (соответствует зоне повышения содержания водорода на красной кривой в правой части рисунка).

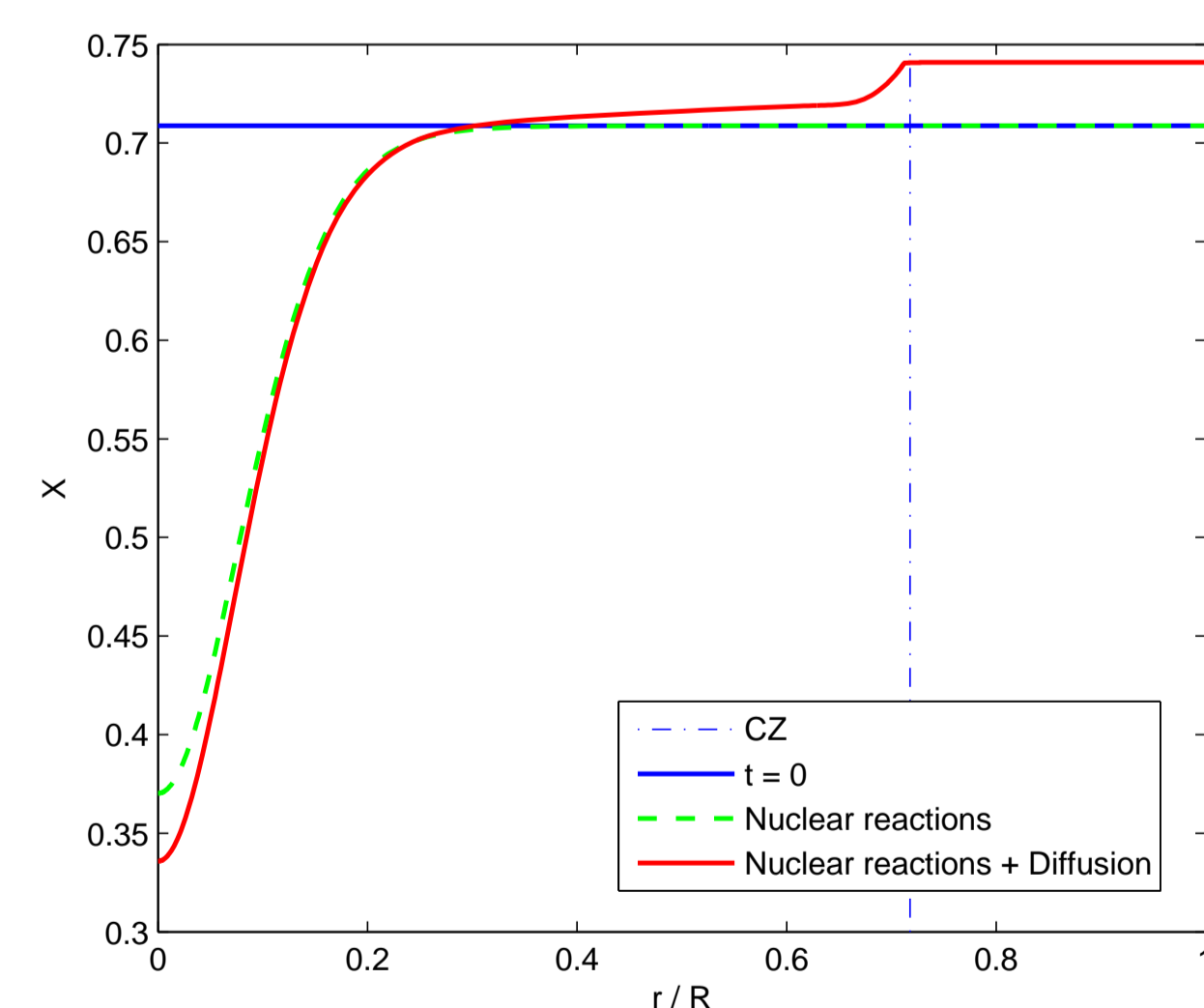


Рис. 2: Истощение водорода в ядре за счет термоядерных реакций и диффузии.

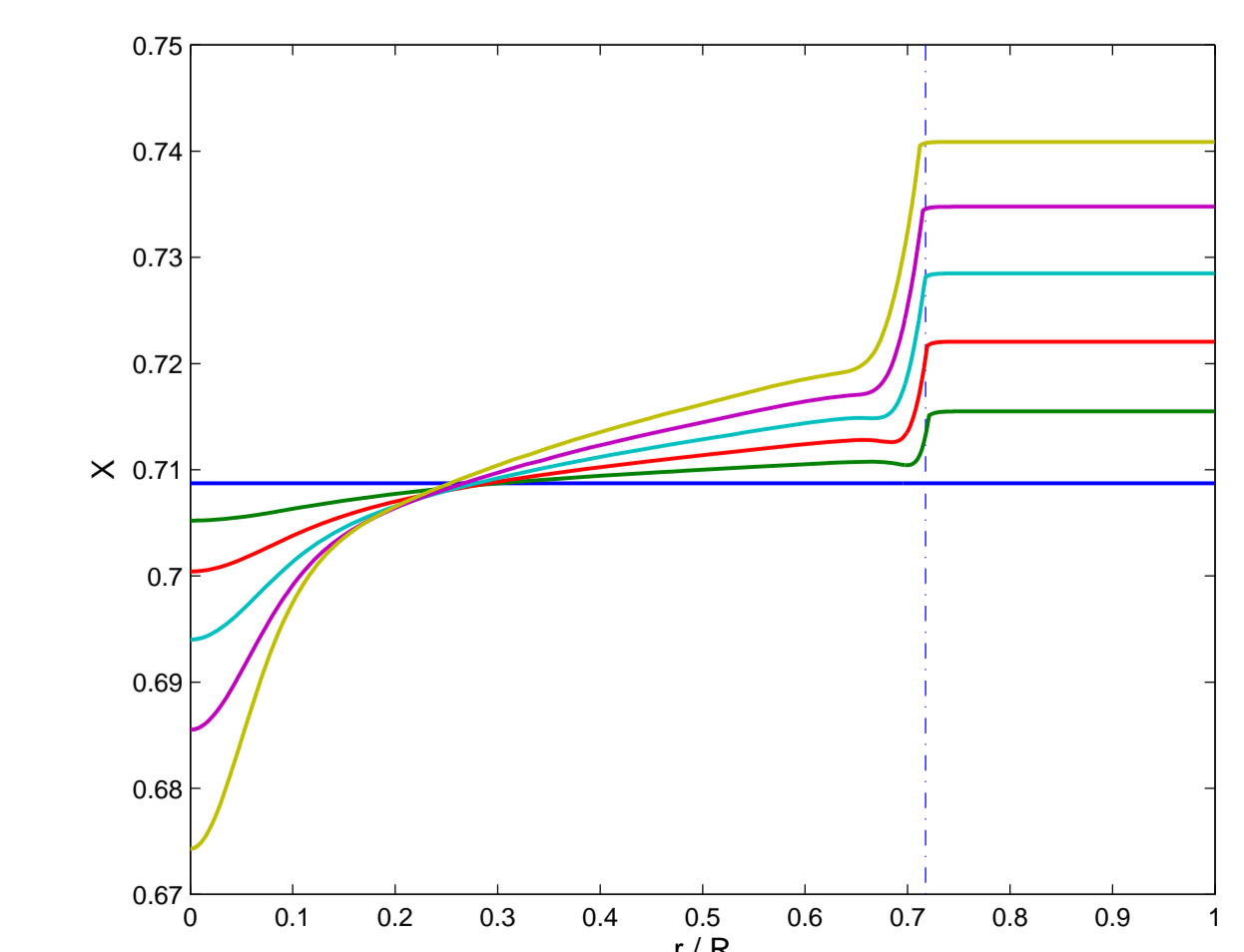


Рис. 3: Диффузионная эволюция содержания водорода. Приведены профили массовой доли водорода X , равномерно распределенные по времени между моментами $t = 0$ и $t = 4.6$.

В центре внимания данной работы находится процесс диффузии, так что на графиках ниже влияние ядерных реакций на содержание водорода не изображено.

В классической теории содержания тяжелых элементов (т. е. элементов тяжелее гелия) не меняется со временем. Однако диффузия приводит к осаднению тяжелых элементов из внешних слоев в центральную область. Расчеты показывают, что более тяжелые элементы осаждаются из конвективной зоны быстрее (бародиффузия).

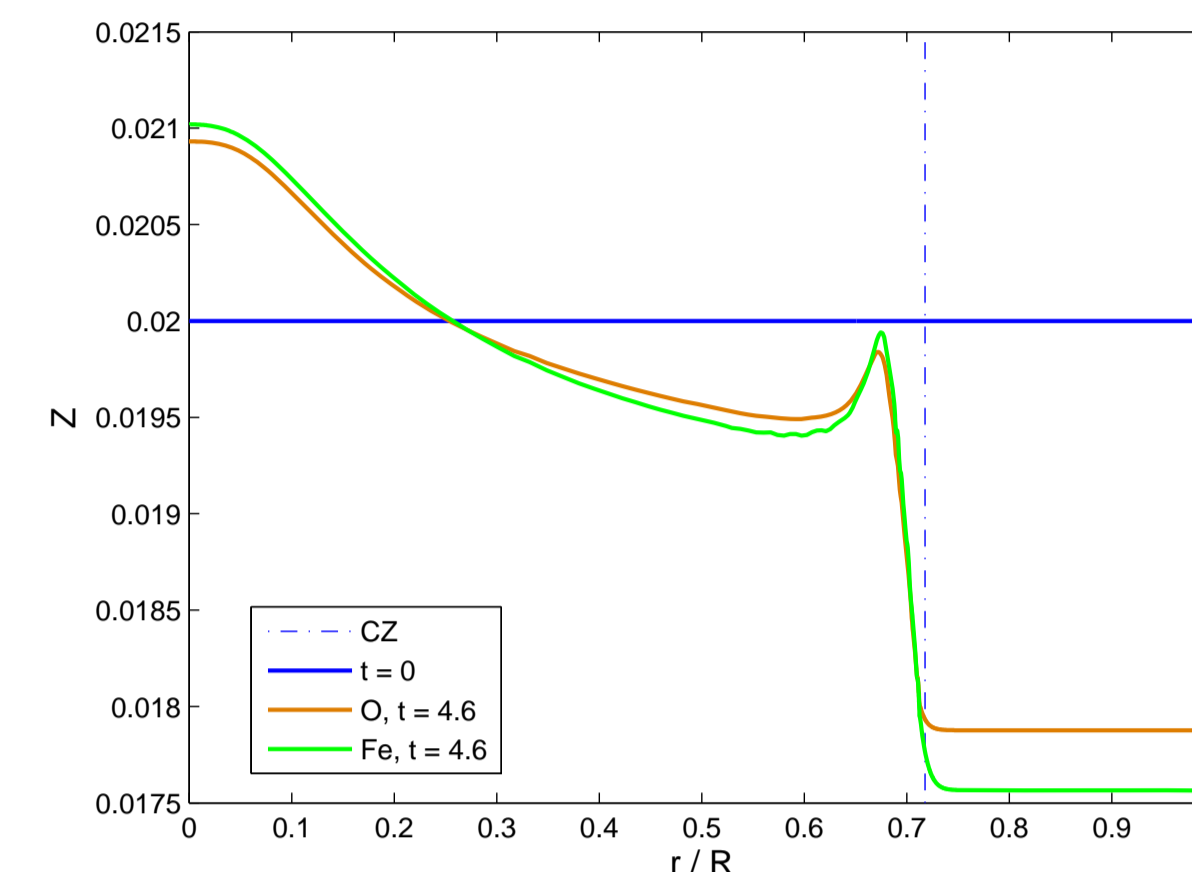


Рис. 4: Сравнение диффузионных профилей кислорода (коричневая линия) и железа (зеленая линия). Приведены результаты расчета моделей, учитывающих изменение степени ионизации с глубиной и фотодиффузию.

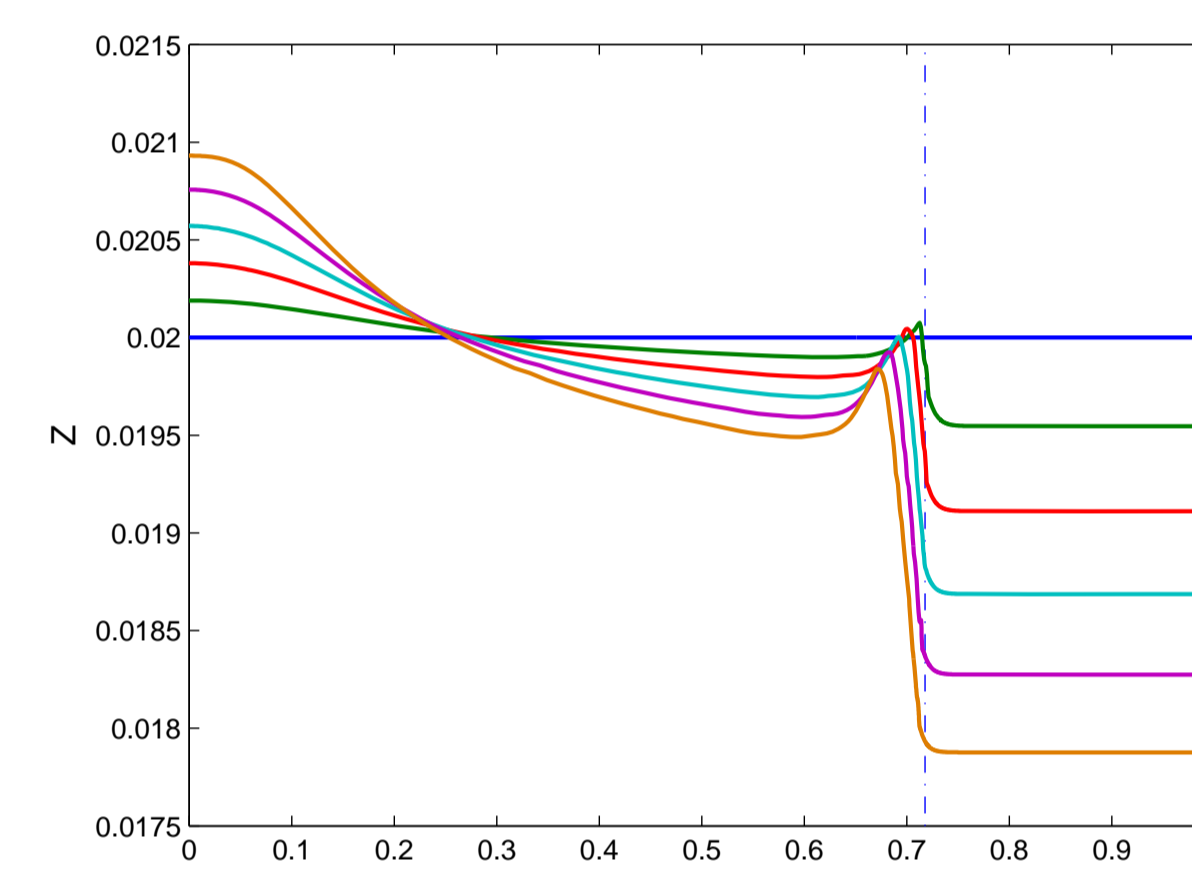


Рис. 5: Диффузионная эволюция содержания кислорода (доля по массе). Приведены результаты расчета модели, учитывающей изменение степени ионизации с глубиной и фотодиффузию. Синяя линия соответствует нулевому возрасту Солнца, коричневая — его современному состоянию.

Роль различных диффузионных механизмов

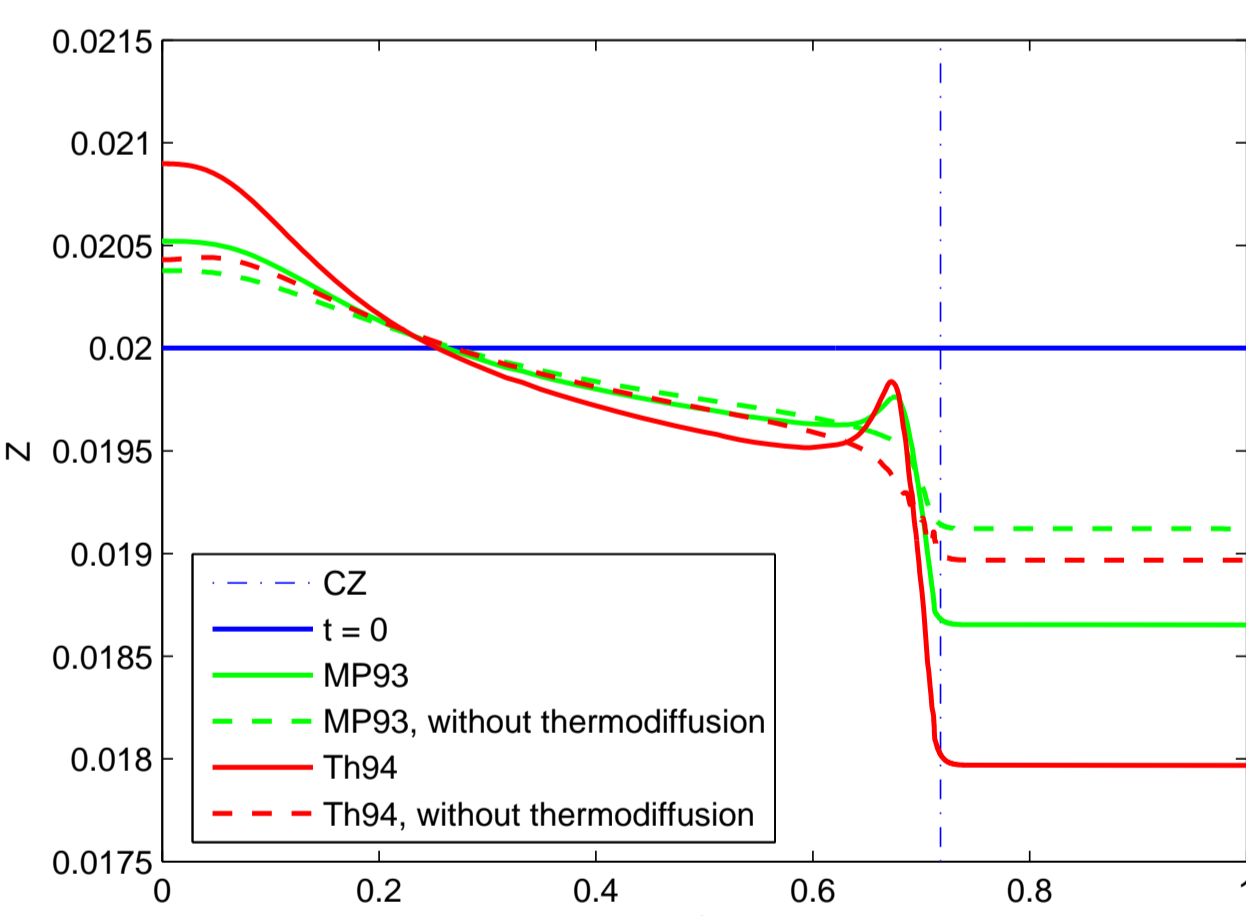


Рис. 6: Баро- и термодиффузия. Приведены результаты расчетов, выполненных различными методами: по MP93 и Th94. Скорость осаднения благодаря бародиффузии оценивается примерно одинаково обоими методами, в то время как величина термодиффузии сильно различается. Кроме того, термодиффузия приводит к появлению области «накопления» тяжелых элементов под дном конвективной зоны. Существенная разница в содержании элементов возникает в ядре Солнца также благодаря термодиффузии.

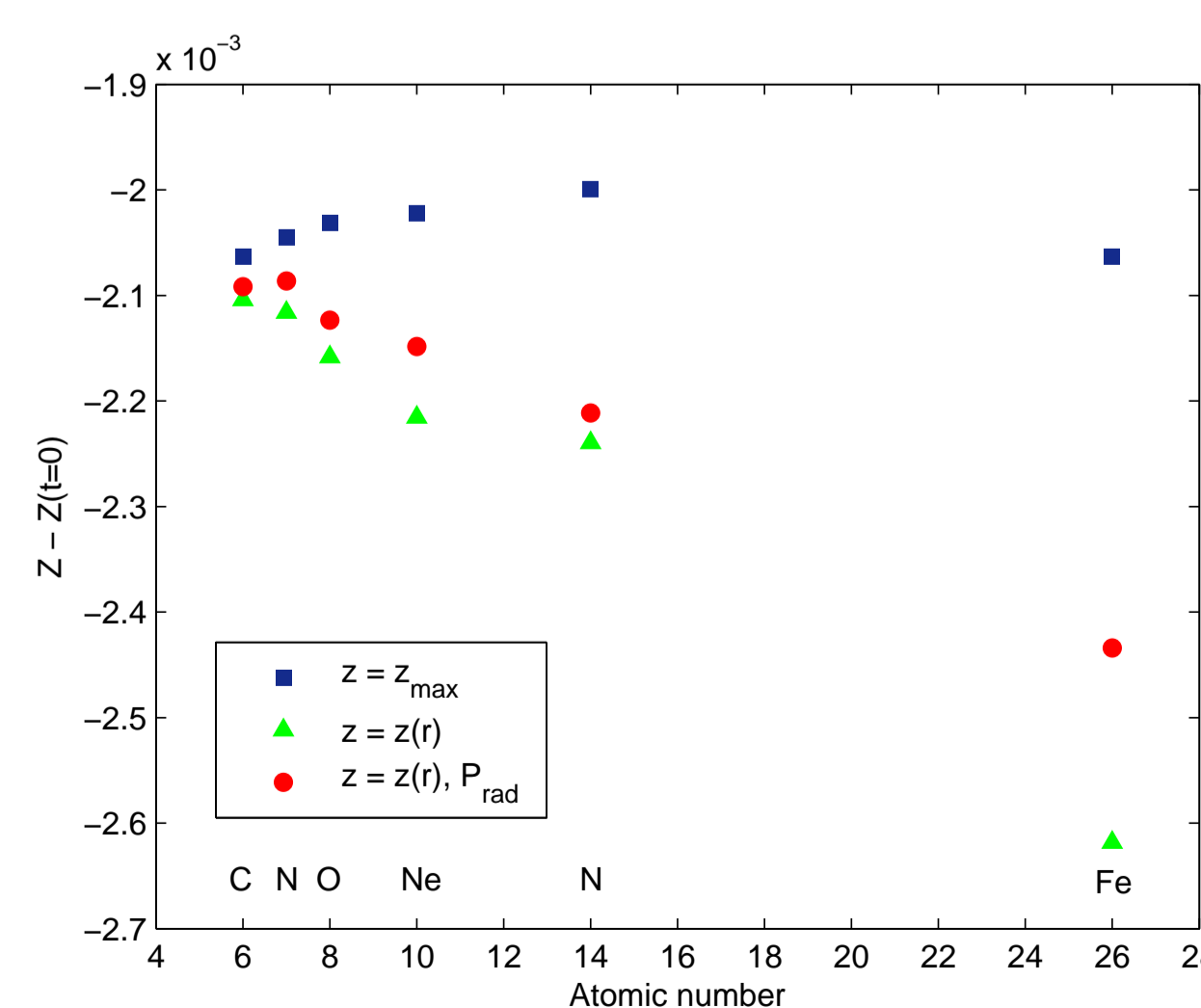


Рис. 7: Частичная (неполная) ионизация и давление излучения. Показано изменение массовой доли шести тяжелых элементов в конвективной зоне. Синие квадратики — модель в приближении полной ионизации; зеленые треугольники — модель с учетом переменной по радиусу степени ионизации; красные кружки — модель с переменной степенью ионизации и учетом давления излучения (радиационные ускорения вычислялись по [7]).

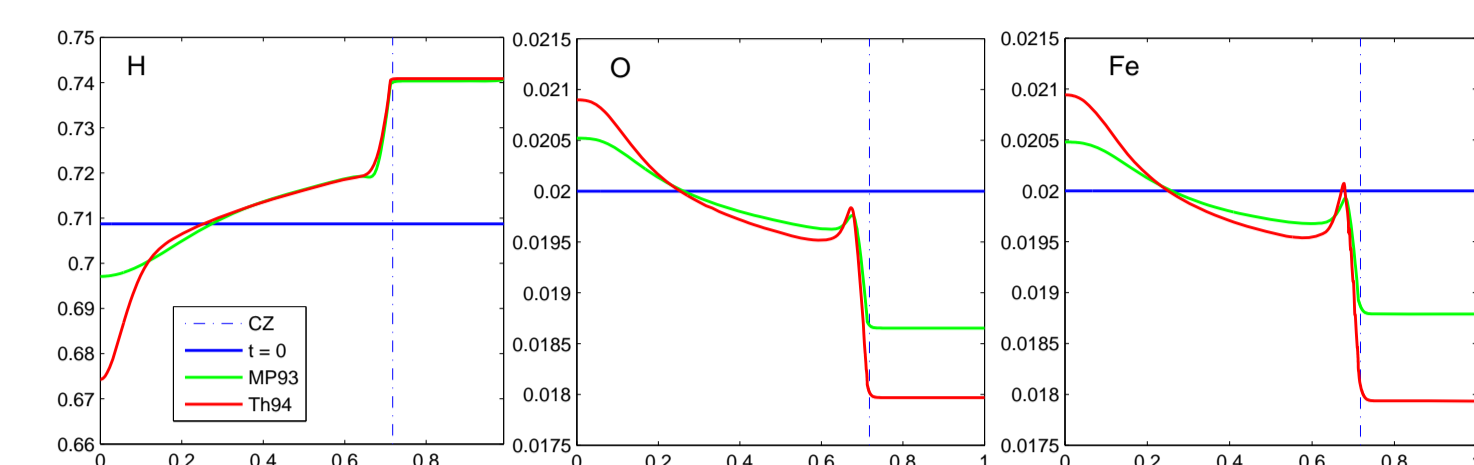


Рис. 8: Метод расчета скорости диффузии. Метод Th94 (красные линии) дает более высокие оценки для скоростей диффузии по сравнению с MP93 (зеленые линии). Это относится как к водороду, так и к тяжелым элементам. В то же время, оба метода дают очень близкие оценки для обогащения конвективной зоны водородом.

Глубина конвективной зоны оказывает существенное влияние на изменение в ней содержания химических элементов. Вследствие очень быстрого выравнивания неоднородностей химического состава за счет конвекции, скорость осаднения элементов из конвективной зоны определяется диффузионным потоком на ее границе, который, в свою очередь, является функцией локальной плотности, которая быстро растет с глубиной, а также градиентов температуры, давления и т.п. За более подробным анализом отсылаем читателя к [2].

Граница конвективной зоны смещается со временем. В эволюционной последовательности 610-0111 она смещается от точки $M_r = 0.9707$ до $M_r = 0.9756$ по массе. Кроме стандартных расчетов, учитывающих это смещение, мы провели тестовые вычисления с дном конвективной зоны, зафиксированным либо на нижней, либо на верхней границе этого диапазона. Полученные величины изменения содержания водорода и кислорода в конвективной зоне сведены в таблицу:

Элемент, метод вычислений	Граница КЗ		
Водород, MP93	0.9707	0.9707-0.9756	0.9756
Кислород, Th94	-0.00182	-0.00203	-0.00208

Выводы

- В условиях наличия на Солнце больших градиентов давления и температуры диффузионные процессы приводят не к выравниванию содержания химических элементов, а к их разделению — во внешних слоях Солнца содержание водорода увеличивается, а содержание гелия и более тяжелых элементов уменьшается. В ядре Солнца — наоборот, водорода становится меньше, а остальных элементов — больше.
- Диффузия ускоряет истощение термоядерного топлива (водорода) в энерговыделяющем ядре, что сокращает время жизни Солнца на Главной последовательности диаграммы Гершпрунга-Рассела (т.е. время стабильного и продолжительного термоядерного горения водорода в ядре Солнца, обеспечивающего благоприятные условия для существования жизни на Земле).
- Диффузионное изменение содержания элементов во внешних слоях Солнца чувствительно к глубине конвективной зоны: оно тем меньше, чем глубже КЗ. Этот факт важен для моделирования Солнца вследствие того, что содержание элементов во внешних слоях и глубина конвективной зоны известны из наблюдений (спектроскопических и гелиосейсмологических, соответственно) с определенной погрешностью.
- Частичная ионизация элементов существенно уменьшает сечение их взаимодействия с другими компонентами смеси, что ускоряет диффузию. С другой стороны, не полностью ионизованные элементы хорошо взаимодействуют с потоком излучения, что заметно снижает эффект от неполной ионизации. Следовательно, для элементов тяжелее неона необходимо учитывать как их частичную ионизацию во внутренних слоях Солнца, так и фотодиффузию.
- Из двух наиболее популярных в моделировании Солнца методов решения диффузионных уравнений — по [9] и по [8] — использование первого приводит к более существенному диффузионному эффекту. Относительная разница результатов невелика для водорода и гелия (1.5% в конвективной зоне) и существенна для кислорода: 50% в конвективной зоне. Различия возникают в основном из-за разницы в оценке величины термодиффузионного эффекта.

Список литературы

- [1] С. В. Аюков, В. А. Батурин, В. К. Грязнов и др., Письма в ЖЭТФ **80**, 141 (2004).
- [2] В. А. Батурин, А. Б. Горшков, С. В. Аюков, АЖ, **83**, 1115 (2006).
- [3] В. М. Жданов, Процессы переноса в многокомпонентной плазме, М.: Физматлит (2009).
- [4] S. V. Ayukov, V. A. Baturin, A. B. Gorshkov Solar evolution model with diffusion and new equation of state, Proceedings SOHO 18, GONG 2006, Helas I, Sheffield UK, ESA SP 624, October (2006).
- [5] J. M. Burgers, Flow equations for composite gases, New York: Academic (1969).
- [6] Gryaznov, V. K., Ayukov, S. V., Baturin V. A., Iosilevskiy, I. L., Starostin, A. N., and Fortov, V. E., Equation of State and Phase-Transition in Models of Ordinary Astrophysical Matter, AIP Conf. Proc., **731**, 147 (2004).
- [7] Seaton, M. J., Yu Yan, Mihalas D., Pradhan, A. K. 1994, MNRAS, **266**, 805.
- [8] G. Michaud and C. R. Proffitt, in Inside the stars, IAU Coll. **137**, eds. W. W. Weiss, A. Baglin, ASP Conf. Ser. **40**, (San Francisco: ASP, 1993), p. 246.
- [9] A. A. Thoul, J. N. Bahcall, and A. Loeb, Astrophys. J. **421**, 828 (1994).